

**Aim:** Das Ziel dieses Seminars ist es, eine große Klasse von Gruppen – die **linearen algebraischen Gruppen** – einzuführen. Lineare algebraische Gruppen sind Gruppen, die gleichzeitig affine algebraische Varietäten sind, wobei beide Strukturen miteinander verträglich sein sollen. Sie spielen in vielen Bereichen der Mathematik eine wichtige Rolle (beispielsweise die Darstellungstheorie, die endlichen Gruppen, die Lie-Gruppen, die Lie-Algebren, ...). Insbesondere ermöglichten es sie die endlichen Gruppen vom Lie-Typ zu klassifizieren.

**Anmeldung und Fragen:** per E-Mail an [lassueur@mathematik.uni-kl.de](mailto:lassueur@mathematik.uni-kl.de)

**Termin:** Mi. 16:15 – 17:45 Uhr (vorläufig)

**Vorbesprechung:** in der ersten Vorlesungswoche

**Inhaltliche Voraussetzung:** Lineare Algebra und elementare Gruppentheorie.

(Die Darstellungstheorie und die Algebraische Geometrie können hilfreich sein, aber sind nicht vorausgesetzt.)

$$C_G(T) = \left\{ \left( \begin{array}{ccc|c} * & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & * & \\ \hline 0 & & & A \end{array} \right) \mid A \in \mathrm{GL}_{n-m} \right\} \cong D_m \times \mathrm{GL}_{n-m},$$

**Themen.** Das Seminar wird sich auf die folgenden Hauptthemen konzentrieren.

- Hintergrund: algebraische Mengen, die Zariski-Topologie, Irreduzibilität, Morphismen,
- Hintergrund: Tensorprodukt, Varietäten, geringte Räume
- Lineare algebraische Gruppen: Definitionen und Beispiele, die Affine Algebra
- Lineare algebraische Gruppen: zusammenhängende Gruppen, Dimension
- Die Jordan-Zerlegung, Diagonalisierbarkeit
- Unipotente algebraische Gruppen, kommutative algebraische Gruppen
- Nilpotente und auflösbare algebraische Gruppen
- Algebraische Darstellungen, Tori, Boreluntergruppen
- Die Lie-Algebra einer linearen algebraischen Gruppe
- Gruppen mit einer BN-Paar
- Struktursatz für reductive Gruppen
- Klassifikation der halbeinfachen Gruppen, root systems
- Frobeniusmorphisms, endliche Gruppen vom Lie Typ

## Literatur:

- [Gec03] Meinolf Geck. *An introduction to algebraic geometry and algebraic groups*. Vol. 10. Oxf. Grad. Texts Math. Oxford: Oxford University Press, 2003.
- [Mal19] Gunter Malle. *Linear Algebraic Groups*. Skript zur Vorlesung, TU Kaiserslautern, SS 2019.
- [MT11] Gunter Malle and Donna Testerman. *Linear algebraic groups and finite groups of Lie type*. Vol. 133. Camb. Stud. Adv. Math. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- [Mül07] Jürgen Müller. *Algebraic Groups*. Skript zur Vorlesung, RWTH Aachen, SS 2007.
- [Tay15] Jay Taylor. *Algebraic Groups*. Lecture Notes, Università degli Studi di Padova, SW 2014/15.