

Seminar Fusionssysteme

Wintersemester 2020/21

Benjamin Sambale

Leibniz Universität Hannover

27. Juli 2020

Fusionssysteme sind ein modernes Werkzeug der Kategorientheorie zur Untersuchung von endlichen Gruppen, Darstellungen und Topologien. Gegeben ist dabei eine endliche p -Gruppe P für eine Primzahl p . Ein Fusionssystem \mathcal{F} auf P ist eine Kategorie, deren Objekte die Untergruppen von P sind. Die Morphismen von \mathcal{F} sind injektive Gruppenhomomorphismen mit gewissen Zusatzeigenschaften. Ist etwa P eine p -Sylowgruppe einer Gruppe G , so erhält man ein Fusionssystem mit

$$\mathrm{Hom}_{\mathcal{F}}(S, T) = \{\varphi : S \rightarrow T : \exists g \in G : \forall x \in S : \varphi(x) = gxg^{-1}\}. \quad (1)$$

Es kann vorkommen, dass Elemente aus P in G aber nicht in P konjugiert sind (betrachte $G = S_3$ mit $p = 3$). Dieses Phänomen nennt sich *Fusion* und das Fusionssystem \mathcal{F} misst „wie viel“ Fusion in P auftritt. Fusionssysteme, die nicht die Form (1) haben, heißen *exotisch*. Die Konstruktion exotischer Fusionssysteme ist eine schwierige und spannende Aufgabe der aktuellen Forschung.

Dieses Seminar richtet sich an Masterstudierende der Mathematik (Kenntnisse der Algebra 1 & 2 sind wünschenswert). Grundlage ist folgendes Buch, welches man aus dem Uninetz kostenlos herunterladen kann:

- D. Craven, *The Theory of Fusion Systems*, Cambridge University Press, 2011, [link](#)