

SEMINARANKÜNDIGUNG SOMMERSEMESTER 2015

FRIESE UND SL_2 -MUSTER

Prof. Dr. C. Bessenrodt, Prof. Dr. M. Cuntz, apl. Prof. Dr. T. Holm

Das Seminar richtet sich an Bachelor- und Masterstudierende der Mathematik, die sich im Bereich Algebra/Diskrete Mathematik spezialisieren wollen.

Friesmuster wurden von Conway und Coxeter um 1970 eingeführt. Sie bestehen aus endlich vielen unendlichen Zeilen von positiven ganzen Zahlen, so dass jede benachbarte 2×2 -Determinante gleich 1 ist. Hier ein Beispiel:

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 \cdots & 2 & 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 4 & 1 & 3 & 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 4 & 1 & 3 & 2 \cdots \\
 & 5 & 1 & 3 & 7 & 1 & 3 & 3 & 2 & 5 & 1 & 3 & 7 & 1 & 3 & 3 & 2 & 5 \\
 \cdots & 3 & 2 & 2 & 5 & 3 & 2 & 2 & 5 & 3 & 2 & 2 & 5 & 3 & 2 & 2 & 5 & 3 & 2 \cdots \\
 & 1 & 3 & 3 & 2 & 5 & 1 & 3 & 7 & 1 & 3 & 3 & 2 & 5 & 1 & 3 & 7 & 1 \\
 \cdots & 2 & 1 & 4 & 1 & 3 & 2 & 1 & 4 & 2 & 1 & 4 & 1 & 3 & 2 & 1 & 4 & 2 & 1 \cdots \\
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array}$$

Friesmuster stehen in Bijektion mit Triangulierungen regulärer Polygone, und damit mit vielen anderen Objekten und kombinatorischen Themen der Mathematik.

Friesmuster wurden kürzlich wieder sehr populär, im Zusammenhang mit Fomin und Zelevinsky's Theorie von Cluster-Algebren. Eine wichtige Variation bilden SL_2 -Muster. Diese ordnen jedem Punkt des Gitters $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ eine positive ganze Zahl zu, wieder mit der Bedingung, dass jede benachbarte 2×2 -Determinante 1 ist. Rund um diese Objekte, und die allgemeineren SL_k -tilings, sind viele Forschungsfragen offen, und das Thema ermöglicht einen relativ elementaren direkten Einstieg für eigenständiges Arbeiten, z.B. im Rahmen einer Abschlussarbeit.

Wir wollen im Seminar die grundlegenden Arbeiten von Conway und Coxeter und einige aktuelle Originalarbeiten gemeinsam lesen. Hier einige mögliche Beispiele (alle im arXiv frei verfügbar).

C. Bessenrodt: Conway-Coxeter friezes and beyond: Polynomially weighted walks around dissected polygons and generalized frieze patterns, arXiv:1412.1726

C. Bessenrodt, T. Holm, P. Jørgensen: Generalized frieze pattern determinants and higher angularations of polygons, arXiv:1305.1098

M. Cuntz: Frieze patterns as root posets and affine triangulations, arXiv:1307.7986

B. Fontaine: Non-zero integral friezes, arXiv:1409.6026

S. Morier-Genoud, V. Ovsienko, R. Schwartz, S. Tabachnikov: Linear difference equations, frieze patterns and combinatorial Gale transform, arXiv:1309.3880

S. Morier-Genoud, V. Ovsienko, S. Tabachnikov: $SL_2(\mathbb{Z})$ -tilings of the torus, Coxeter-Conway friezes and Farey triangulations, arXiv:1402.5536

Anmeldung:

Interessierte Studierende können sich ab sofort bei Herrn Holm anmelden, bevorzugt per e-mail unter holm@math.uni-hannover.de oder im Büro c402.