

Institut für Analysis

Prof. E. Schrohe
Prof. W. Bauer
PD Dr. M. Gruber

12. Juni 2017



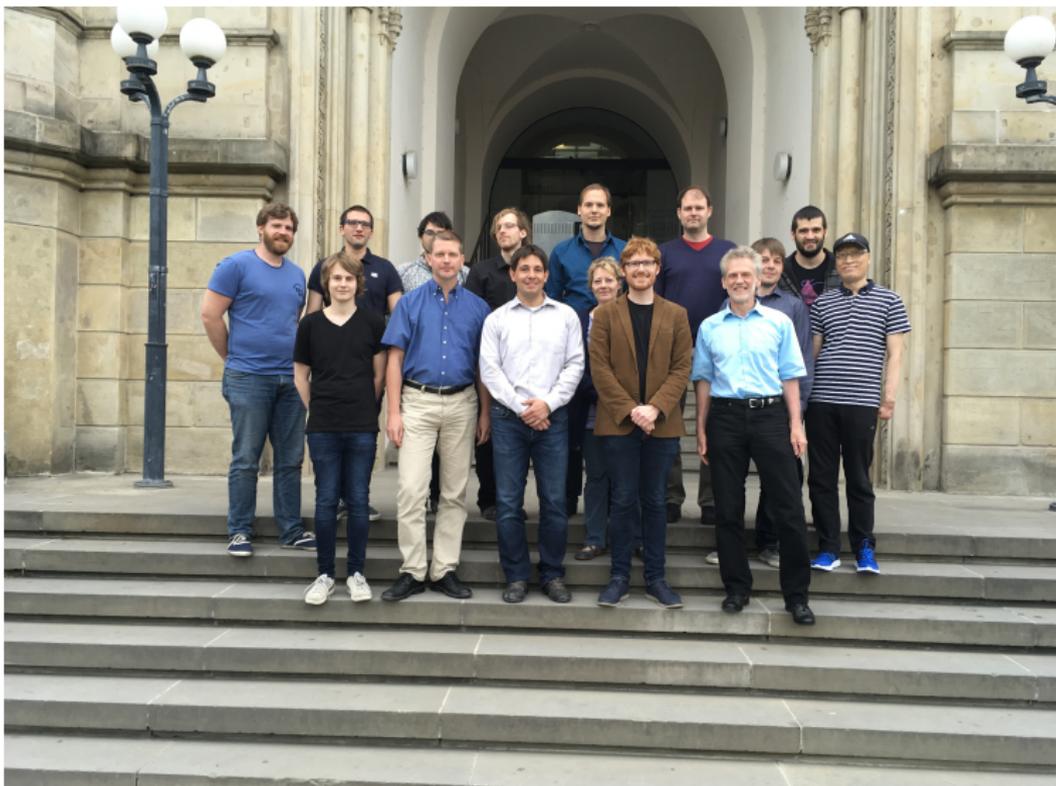


Abbildung : Institut für Analysis (Juni 2017)

Welche analytischen Fragestellungen behandeln wir?

Partielle Differentialgleichungen und Randwertprobleme

- Evolutionsgleichungen, (*Schrohe*)

Welche analytischen Fragestellungen behandeln wir?

Partielle Differentialgleichungen und Randwertprobleme

- Evolutionsgleichungen, (*Schrohe*)
- Analysis auf singulären Räumen, (*Schrohe*)

Welche analytischen Fragestellungen behandeln wir?

Partielle Differentialgleichungen und Randwertprobleme

- Evolutionsgleichungen, (*Schrohe*)
- Analysis auf singulären Räumen, (*Schrohe*)
- Schrödingeroperatoren, (*Gruber*)

Welche analytischen Fragestellungen behandeln wir?

Partielle Differentialgleichungen und Randwertprobleme

- Evolutionsgleichungen, (*Schrohe*)
- Analysis auf singulären Räumen, (*Schrohe*)
- Schrödingeroperatoren, (*Gruber*)
- (Sub)riemannsche Geometrie /Hypoelliptische Operatoren, (*Bauer*)

Welche analytischen Fragestellungen behandeln wir?

Partielle Differentialgleichungen und Randwertprobleme

- Evolutionsgleichungen, (*Schrohe*)
- Analysis auf singulären Räumen, (*Schrohe*)
- Schrödingeroperatoren, (*Gruber*)
- (Sub)riemannsche Geometrie /Hypoelliptische Operatoren, (*Bauer*)
- Spektralgeometrie, (*Bauer, Gruber, Schrohe*)

Welche analytischen Fragestellungen behandeln wir?

Partielle Differentialgleichungen und Randwertprobleme

- Evolutionsgleichungen, (*Schrohe*)
- Analysis auf singulären Räumen, (*Schrohe*)
- Schrödingeroperatoren, (*Gruber*)
- (Sub)riemannsche Geometrie /Hypoelliptische Operatoren, (*Bauer*)
- Spektralgeometrie, (*Bauer, Gruber, Schrohe*)

Nichtkommutative Geometrie

- Operatoralgebren, (*Bauer, Schrohe*)

Welche analytischen Fragestellungen behandeln wir?

Partielle Differentialgleichungen und Randwertprobleme

- Evolutionsgleichungen, (*Schrohe*)
- Analysis auf singulären Räumen, (*Schrohe*)
- Schrödingeroperatoren, (*Gruber*)
- (Sub)riemannsche Geometrie /Hypoelliptische Operatoren, (*Bauer*)
- Spektralgeometrie, (*Bauer, Gruber, Schrohe*)

Nichtkommutative Geometrie

- Operatoralgebren, (*Bauer, Schrohe*)
- K-Theorie und Indextheorie, (*Aastrup, Schrohe*)

Welche analytischen Fragestellungen behandeln wir?

Partielle Differentialgleichungen und Randwertprobleme

- Evolutionsgleichungen, (*Schrohe*)
- Analysis auf singulären Räumen, (*Schrohe*)
- Schrödingeroperatoren, (*Gruber*)
- (Sub)riemannsche Geometrie /Hypoelliptische Operatoren, (*Bauer*)
- Spektralgeometrie, (*Bauer, Gruber, Schrohe*)

Nichtkommutative Geometrie

- Operatoralgebren, (*Bauer, Schrohe*)
- K-Theorie und Indextheorie, (*Aastrup, Schrohe*)
- Operatortheorie auf Funktionenräumen, z.B. Toeplitz Operatoren (*Bauer*)

- *Zusammenspiel geometrischer und analytischer Objekte.*

- *Zusammenspiel **geometrischer** und **analytischer** Objekte.*

"Wieviel Geometrie steckt in der Analysis? Lassen sich geometrische Ideen zum Verständnis analytischer Objekte nutzen?"

- *Zusammenspiel **geometrischer** und **analytischer** Objekte.*

"Wieviel Geometrie steckt in der Analysis? Lassen sich geometrische Ideen zum Verständnis analytischer Objekte nutzen?"

Beispiele

- Sei A ein **geeigneter Operator** (z.B. aus Modellen der QM)

Spektrum von A (\cong Energieniveaus) \iff Geometrie des Raumes

- Sei S ein **singulärer Raum** S (z.B. ein *Würfel*).

"Spiegeln sich Singularitäten in Lösungen von PDGLn auf S wider?"

Klassische Mechanik:

Betrachte ein System von n klassischen Teilchen mit Koordinaten

$$\{q_1, \dots, q_n\}.$$

Klassische Mechanik:

Betrachte ein System von n klassischen Teilchen mit Koordinaten

$$\{q_1, \dots, q_n\}.$$

Nicht-holonome Zwangsbedingungen der zeitlichen Entwicklung des Systems sind von der Form:

$$f(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n) = 0.$$

Klassische Mechanik:

Betrachte ein System von n klassischen Teilchen mit Koordinaten

$$\{q_1, \dots, q_n\}.$$

Nicht-holonome Zwangsbedingungen der zeitlichen Entwicklung des Systems sind von der Form:

$$f(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n) = 0.$$

Beispiel: Ein Ball rollt auf einer Ebene ohne Rutschen oder Rotation um einen Punkt.

Klassische Mechanik:

Betrachte ein System von n klassischen Teilchen mit Koordinaten

$$\{q_1, \dots, q_n\}.$$

Nicht-holonome Zwangsbedingungen der zeitlichen Entwicklung des Systems sind von der Form:

$$f(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n) = 0.$$

Beispiel: Ein Ball rollt auf einer Ebene ohne Rutschen oder Rotation um einen Punkt.

Geometrien und Zwangsbedingungen

Eine korrespondierende **geometrische Struktur** auf einer Mannigfaltigkeit nennt man

Klassische Mechanik:

Betrachte ein System von n klassischen Teilchen mit Koordinaten

$$\{q_1, \dots, q_n\}.$$

Nicht-holonome Zwangsbedingungen der zeitlichen Entwicklung des Systems sind von der Form:

$$f(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n) = 0.$$

Beispiel: Ein Ball rollt auf einer Ebene ohne Rutschen oder Rotation um einen Punkt.

Geometrien und Zwangsbedingungen

Eine korrespondierende **geometrische Struktur** auf einer Mannigfaltigkeit nennt man

"Nicht-holonome Geometrie" oder "Subriemannsche Geometrie"

Horizontale Kurven der Heisenberggruppe

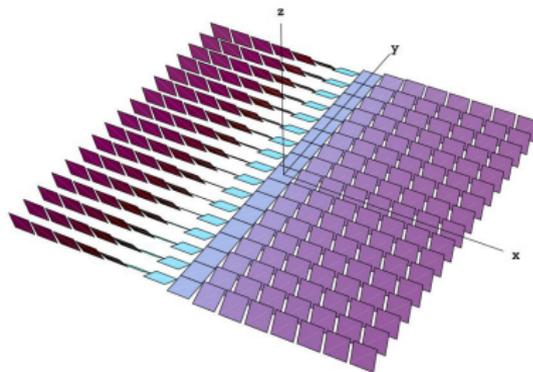
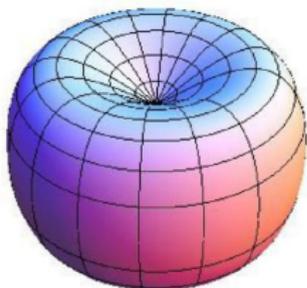


Abbildung : Einheitskugel und Ebenenschar - Heisenberg Gruppe

Auf einer Subriemannschen Mfg gibt es:

Auf einer Subriemannschen Mfg gibt es:

Geometrische Objekte:

Auf einer Subriemannschen Mfg gibt es:

Geometrische Objekte:

- **Metrik**, (*Carnot-Caratheodory Metrik*)

Auf einer Subriemannschen Mfg gibt es:

Geometrische Objekte:

- **Metrik**, (*Carnot-Caratheodory Metrik*)
- **Länge** und **längenminimierende horizontale Kurven**, (*Geodäten*)

Auf einer Subriemannschen Mfg gibt es:

Geometrische Objekte:

- Metrik, (*Carnot-Caratheodory Metrik*)
- Länge und längenminimierende horizontale Kurven, (*Geodäten*)
- metrische Dimension, (*Hausdorff Dimension*)
- ...

Auf einer Subriemannschen Mfg gibt es:

Geometrische Objekte:

- Metrik, (*Carnot-Caratheodory Metrik*)
- Länge und längenminimierende horizontale Kurven, (*Geodäten*)
- metrische Dimension, (*Hausdorff Dimension*)
- ...

Analytische Objekte:

Auf einer Subriemannschen Mfg gibt es:

Geometrische Objekte:

- Metrik, (*Carnot-Caratheodory Metrik*)
- Länge und längenminimierende horizontale Kurven, (*Geodäten*)
- metrische Dimension, (*Hausdorff Dimension*)
- ...

Analytische Objekte:

- Natürliche geometrische hypo-elliptische Differentialoperatoren, (*Sub-Laplace Operatoren*)

Auf einer Subriemannschen Mfg gibt es:

Geometrische Objekte:

- Metrik, (*Carnot-Caratheodory Metrik*)
- Länge und längenminimierende horizontale Kurven, (*Geodäten*)
- metrische Dimension, (*Hausdorff Dimension*)
- ...

Analytische Objekte:

- Natürliche geometrische hypo-elliptische Differentialoperatoren, (*Sub-Laplace Operatoren*)
- sub-elliptischer Wärmeleitungskern

Auf einer Subriemannschen Mfg gibt es:

Geometrische Objekte:

- Metrik, (*Carnot-Caratheodory Metrik*)
- Länge und längenminimierende horizontale Kurven, (*Geodäten*)
- metrische Dimension, (*Hausdorff Dimension*)
- ...

Analytische Objekte:

- Natürliche geometrische hypo-elliptische Differentialoperatoren, (*Sub-Laplace Operatoren*)
- sub-elliptischer Wärmeleitungskern

Wie fließt die "Wärme" auf eine Mfg unter nicht-holonomen Zwangsbedingungen?

Die fallenden Katze



Abbildung : Die fallende Katze dreht sich über eine Formänderung

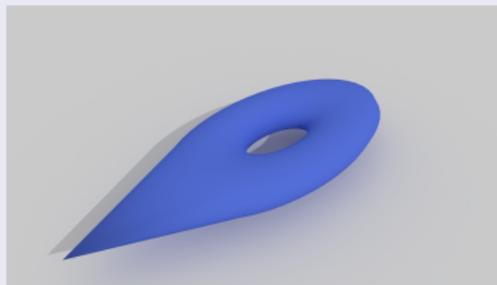
Die Poröse-Medien-Gleichung

$$\begin{aligned}\dot{u}(t) - \Delta(u^m(t)) &= f(t, u), \quad t \in (0, T_0], \\ u(0) &= u_0.\end{aligned}$$

- Beschreibt den Fluss eines Gases in einem porösen Medium
- u ist Dichte, $m > 0$
- $f(t, \lambda)$ Quellterm

Mannigfaltigkeit mit konischer Singularität

- Wie zeigt sich die konische Singularität in der Lösung?
- Welche Regularität hat die Lösung in den konischen Punkten bzw. außerhalb?



Grundvorlesungen:

- Analysis I, II,III (*Bauer/Gruber/Schrohe*)

Grundvorlesungen:

- Analysis I, II,III (*Bauer/Gruber/Schrohe*)
- Funktionentheorie (*Bauer/Schrohe/Gruber*)

Grundvorlesungen:

- Analysis I, II,III (*Bauer/Gruber/Schrohe*)
- Funktionentheorie (*Bauer/Schrohe/Gruber*)
- Funktionalanalysis (*Bauer/Schrohe*)

Grundvorlesungen:

- Analysis I, II,III (*Bauer/Gruber/Schrohe*)
- Funktionentheorie (*Bauer/Schrohe/Gruber*)
- Funktionalanalysis (*Bauer/Schrohe*)
- Partielle Differentialgleichungen, (*Bauer/Schrohe*)

Grundvorlesungen:

- Analysis I, II,III (*Bauer/Gruber/Schrohe*)
- Funktionentheorie (*Bauer/Schrohe/Gruber*)
- Funktionalanalysis (*Bauer/Schrohe*)
- Partielle Differentialgleichungen, (*Bauer/Schrohe*)

Fortgeschrittenenvorlesungen:

Grundvorlesungen:

- Analysis I, II,III (*Bauer/Gruber/Schrohe*)
- Funktionentheorie (*Bauer/Schrohe/Gruber*)
- Funktionalanalysis (*Bauer/Schrohe*)
- Partielle Differentialgleichungen, (*Bauer/Schrohe*)

Fortgeschrittenenvorlesungen:

- Variationsrechnung, (*Bauer*)
- Mikrolokale Analysis, (*Schrohe*)
- K-Theorie und Indextheorie, (*Schrohe*)
- Operatoralgebren, (*Bauer*)
- ...

Vorlesungen:

- Analysis III (*Bauer*)
- Indextheorie (*Schrohe*)
- Funktionalanalysis (*Bauer*)

Vorlesungen:

- Analysis III (*Bauer*)
- Indextheorie (*Schrohe*)
- Funktionalanalysis (*Bauer*)

Seminare

- Seminar 'K-Theorie', (*Schrohe*)
- Oberseminar "Analysis und theoretische Physik"
(zusammen mit dem "Institut für angewandte Mathematik" und dem "Institut für theoretische Physik").

Themen für Bachelor-/Masterarbeiten

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen
- Sierpinski-Dreieck und Münzaufteilung

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen
- Sierpinski-Dreieck und Münzaufteilung
- Gruppen- C^* -Algebren

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen
- Sierpinski-Dreieck und Münzaufteilung
- Gruppen- C^* -Algebren
- Der Satz von Malgrange-Ehrenpreis

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen
- Sierpinski-Dreieck und Münzaufteilung
- Gruppen- C^* -Algebren
- Der Satz von Malgrange-Ehrenpreis
- Riesz-Projektionen und der meromorphe Fredholmsatz

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen
- Sierpinski-Dreieck und Münzaufteilung
- Gruppen- C^* -Algebren
- Der Satz von Malgrange-Ehrenpreis
- Riesz-Projektionen und der meromorphe Fredholmsatz
- Klassifikation multiplikativer Determinanten

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen
- Sierpinski-Dreieck und Münzaufteilung
- Gruppen- C^* -Algebren
- Der Satz von Malgrange-Ehrenpreis
- Riesz-Projektionen und der meromorphe Fredholmsatz
- Klassifikation multiplikativer Determinanten

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen
- Sierpinski-Dreieck und Münzaufteilung
- Gruppen- C^* -Algebren
- Der Satz von Malgrange-Ehrenpreis
- Riesz-Projektionen und der meromorphe Fredholmsatz
- Klassifikation multiplikativer Determinanten
- H_∞ -Kalkül für hypoelliptische Operatoren

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen
- Sierpinski-Dreieck und Münzaufteilung
- Gruppen- C^* -Algebren
- Der Satz von Malgrange-Ehrenpreis
- Riesz-Projektionen und der meromorphe Fredholmsatz
- Klassifikation multiplikativer Determinanten
- H_∞ -Kalkül für hypoelliptische Operatoren
- Uniformisierung und Klassifikation Riemannscher Flächen

Beispiele einiger bisher vergebener Themen:

- Dimension selbstähnlicher Fraktale
- Metrische Theorie von Kettenbrüchen
- Sierpinski-Dreieck und Münzaufteilung
- Gruppen- C^* -Algebren
- Der Satz von Malgrange-Ehrenpreis
- Riesz-Projektionen und der meromorphe Fredholmsatz
- Klassifikation multiplikativer Determinanten
- H_∞ -Kalkül für hypoelliptische Operatoren
- Uniformisierung und Klassifikation Riemannscher Flächen
- Der Primzahlsatz und seine Beziehung zur Riemannschen Vermutung

Themen für Bachelor-/Masterarbeiten

FüBa:

- Kontinuumshypothese und Anwendung in der Analysis und Geometrie

FüBa:

- Kontinuumshypothese und Anwendung in der Analysis und Geometrie
- Ungleichungen in der Analysis

FüBa:

- Kontinuumshypothese und Anwendung in der Analysis und Geometrie
- Ungleichungen in der Analysis
- Die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Laplace Operators sowie mögliche Bezüge zum Schulunterricht

FüBa:

- Kontinuumshypothese und Anwendung in der Analysis und Geometrie
- Ungleichungen in der Analysis
- Die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Laplace Operators sowie mögliche Bezüge zum Schulunterricht
- Perkolation - Einführung in die Grundlagen und eine didaktische Aufarbeitung für die Schule

FüBa:

- Kontinuumshypothese und Anwendung in der Analysis und Geometrie
- Ungleichungen in der Analysis
- Die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Laplace Operators sowie mögliche Bezüge zum Schulunterricht
- Perkolation - Einführung in die Grundlagen und eine didaktische Aufarbeitung für die Schule
- Selbstähnliche Fraktale und deren Darstellung im Schulunterricht

FüBa:

- Kontinuumshypothese und Anwendung in der Analysis und Geometrie
- Ungleichungen in der Analysis
- Die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Laplace Operators sowie mögliche Bezüge zum Schulunterricht
- Perkolation - Einführung in die Grundlagen und eine didaktische Aufarbeitung für die Schule
- Selbstähnliche Fraktale und deren Darstellung im Schulunterricht
- Zur Bedeutung von Fibonacci-Zahlen und goldenem Schnitt in der Mathematik und Natur und deren Darstellung im Schulunterricht

FüBa:

- Kontinuumshypothese und Anwendung in der Analysis und Geometrie
- Ungleichungen in der Analysis
- Die Eigenwerte und Eigenfunktionen des Laplace Operators sowie mögliche Bezüge zum Schulunterricht
- Perkolation - Einführung in die Grundlagen und eine didaktische Aufarbeitung für die Schule
- Selbstähnliche Fraktale und deren Darstellung im Schulunterricht
- Zur Bedeutung von Fibonacci-Zahlen und goldenem Schnitt in der Mathematik und Natur und deren Darstellung im Schulunterricht
- Sphärische und hyperbolische Geometrie

- Toeplitzoperatoren auf symmetrischen Räumen

Themen für Promotionen

- Toeplitzoperatoren auf symmetrischen Räumen
- Spektraltheorie und Wärmeleitung subelliptischer Operatoren

Themen für Promotionen

- Toeplitzoperatoren auf symmetrischen Räumen
- Spektraltheorie und Wärmeleitung subelliptischer Operatoren
- Fourierintegraloperatoren auf Mannigfaltigkeiten mit Rand

Themen für Promotionen

- Toeplitzoperatoren auf symmetrischen Räumen
- Spektraltheorie und Wärmeleitung subelliptischer Operatoren
- Fourierintegraloperatoren auf Mannigfaltigkeiten mit Rand
- Lösbarkeit entarteter Randwertprobleme

- Toeplitzoperatoren auf symmetrischen Räumen
- Spektraltheorie und Wärmeleitung subelliptischer Operatoren
- Fourierintegraloperatoren auf Mannigfaltigkeiten mit Rand
- Lösbarkeit entarteter Randwertprobleme
- Quasistationäre Stefanprobleme auf inhomogenem Hintergrund

- Toeplitzoperatoren auf symmetrischen Räumen
- Spektraltheorie und Wärmeleitung subelliptischer Operatoren
- Fourierintegraloperatoren auf Mannigfaltigkeiten mit Rand
- Lösbarkeit entarteter Randwertprobleme
- Quasistationäre Stefanprobleme auf inhomogenem Hintergrund
- Der Dirichlet-Neumann-Operator auf Mannigfaltigkeiten mit konischen Singularitäten

Was braucht man?

Bachelorarbeit

- Analysis I-III, Lineare Algebra I-II

Was braucht man?

Bachelorarbeit

- Analysis I-III, Lineare Algebra I-II
- Vorlesungen und Seminare zu Spezialthemen

Was braucht man?

Bachelorarbeit

- Analysis I-III, Lineare Algebra I-II
- Vorlesungen und Seminare zu Spezialthemen

Masterarbeit

- Bachelor

Was braucht man?

Bachelorarbeit

- Analysis I-III, Lineare Algebra I-II
- Vorlesungen und Seminare zu Spezialthemen

Masterarbeit

- Bachelor
- Funktionalanalysis, Partielle Differentialgleichungen, Funktionentheorie, Vorlesungen und Seminare zu Spezialthemen (z.B. Operatoralgebren, Indextheorie ...)

Was braucht man?

Bachelorarbeit

- Analysis I-III, Lineare Algebra I-II
- Vorlesungen und Seminare zu Spezialthemen

Masterarbeit

- Bachelor
- Funktionalanalysis, Partielle Differentialgleichungen, Funktionentheorie, Vorlesungen und Seminare zu Spezialthemen (z.B. Operatoralgebren, Indextheorie ...)

Promotion

- Master
- Interesse an mathematischer Forschung, Spass am Problemlösen, Durchhaltevermögen, Zusammenarbeit/Diskussion.

Vielen Dank für die Aufmerksamkeit!

